Die Zonen Methode

Die Kugel wird aus ganz vielen kleinen Scheiben aufgebaut, wobei es sich bei jeder "Scheibe" um einen Kegelstumpf handelt. Die gestrichelten Linien zeigen wie die Kegel aussehen würden wenn man sie nicht kleinschneidet.

Zuerst, das ganze ist o.B.d.A. nur für die obere Hälfte der Einheitskugel. Den Rest kann man sich ja entsprechend erweitern bzw. vergrössern.

Schauen wir uns erstmal ein paar nützliche Werte an:

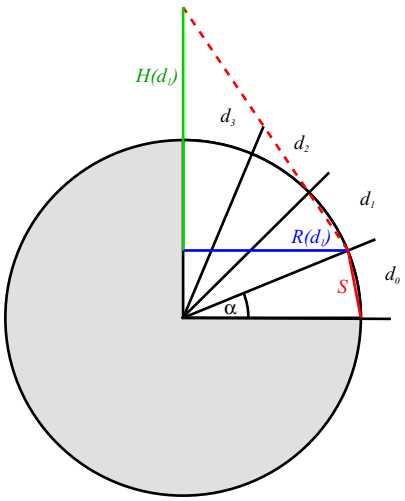
Die Anzahl der Streifen nenn ich mal D, die Streifen werden von der Mitte der Kugel bis zur oberen Spitze von 0 bis $D-1$ durchnummerirrt (→ Index d).

Abhängig von D teilt sich ein Viertelkreis in mehrere gleichgrosse "Tortenstücke". Der Öffnungswinkel eines Tortenstücks ist α:

$$\alpha = (2\pi) / (4D) = \pi / (2D)$$

Nun wollen wir natürlich wissen wie breit so ein Streifen auf dem Papier wird. Dafür müssen wir die Länge einer Kreissehne S berechnen:

$$S^2 = \sin^2\alpha + (1 - \cos\alpha)^2 = 2 - 2\cos\alpha$$



Beispiel mit $D=4$

Der "untere" Radius einer Scheibe d ist

$$R(d) = \cos(\alpha d)$$

(Der obere Radius entspricht dem unteren der darüberliegenden Scheibe bzw. für die oberste Scheibe 0)

Die Steigung der Seitenwand einer Scheibe d ist:

$$E(d) = 1/\tan(\alpha d + 1/2\alpha) = \cot(\alpha d + 1/2\alpha)$$

Daraus lässt sich dann die Höhe einer Pyramide d berechnen:

$$H(d) = R(d)E(d)$$

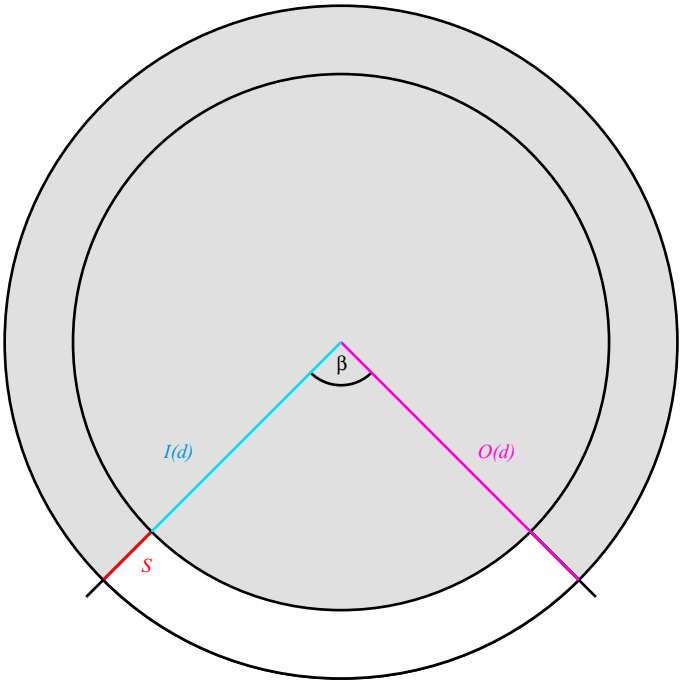
Nun kramen wir ein paar Formeln raus und setzen ein, um die einzelnen Ringausschnitte zu bestimmen:

Der äussere Radius O und der innere Radius I sind:

$$O(d)^2 = H(d)^2 + R(d)^2$$
$$I(d) = O(d) - S$$

Der eingeschlossene Winkel β ist:

$$\beta(d) = 2\pi R(d) / O(d)$$

Ich hoffe ich hab mich nirgends verhauen... :)

Johannes